

# Obtención del modelo matemático adecuado o función de transferencia del mezclador para la laboración de crema solar basado en datos de operación del equipo que permita llevarlo a puntos específicos de funcionamiento



*Obtaining the appropriate mathematical model or transfer function of the mixer for the preparation of sunscreen based on equipment operation data that allows it to be taken to specific points of operation*

Marcos Jácome.<sup>1</sup>, Cristian Germán Santiana Espín.<sup>2</sup>, Darío Fernando Guamán Lozada.<sup>3</sup>, María José López Montero.<sup>4</sup> & Raquel Leticia Coba Carrera.<sup>5</sup>

Recibido: 10-03-2019 / Revisado: 15-04-2019 / Aceptado: 04-05-2019 / Publicado: 1-06-2019

**Abstract.** DOI: <https://doi.org/10.33262/cienciadigital.v3i2.4.508>

The present work obtains the function of transfer of the mixer to obtain solar cream from the Laboratory of Industrial Processes of the Faculty of Sciences of the ESPOCH. As will be seen below, based on the data obtained from field tests, the dynamic behavior of the mixer approximates the mathematical model or transfer function FT of a first-order system, which does not have over-peaks. Any process can be described in terms of a first or second order system, which are two models of pre-established transfer functions, and then reduce the gap between the calculated FT vs. the model of the behavior of the process when modifying fine way the coefficients of the FT. When the calculated FT and the data-based model differ with respect to over-oscillation (Mp), establishment time (ts), and steady state error (ep)

<sup>1</sup> Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Ciencias. Riobamba, Ecuador. marcos.jacome@epoch.edu.ec

<sup>2</sup> Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Ciencias Pecuarias. Riobamba, Ecuador. cristian.santiana@epoch.edu.ec

<sup>3</sup> Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Ciencias Pecuarias. Riobamba, Ecuador. dariof.guaman@epoch.edu.ec

<sup>4</sup> Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Ciencias Pecuarias. Riobamba, Ecuador. dariof.guaman@epoch.edu.ec

<sup>5</sup> Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Ciencias Pecuarias. Riobamba, Ecuador. raquel.coba@epoch.edu.ec

it is necessary to reduce this difference by adding a PID series block to the FT calculated.

Five trials have been conducted to describe the variance of the behavior of the variable of interest (temperature) over time. From these tests, because the trend or concentration of the data is centered around the mean, a representative table of all the data is defined with the statistical criterion of the arithmetic mean. By plotting these points and drawing lines on them, the behavior curve of the temperature over time is appreciated. This curve complies with the response of a first order system to a unit step input.

With the information provided by the graph the FT of the equipment is calculated, for this we calculate the Tao parameter that represents the response of the system when it reaches 63.2% of the final value reached by the process that coincides with the value of K. It is replaced in the model of a first order system the value of K and Tao. Finally, we assign a unitary step input to the calculated transfer function, graph it in Matlab and compare it with the graph of the system response curve of the real-time process data to verify the margin of error between them. Because the parameters taken from the graph of the process have been rigorously chosen, we can see that the models approach in such a way that the error or difference of graphs tends to zero. It can be concluded that the calculated transfer function is adequate to represent the dynamic behavior of the process. The relevance of this algorithm lies in the fact that it is used to obtain process or plant transfer functions through the data of its responses to a step-type entry. This is applicable for any industrial process or plant of order one, which in practice, they are 90%.

**Keywords:** Transfer Function, Regulator, Process, Operation, Dynamic Behavior

### Resumen

El presente trabajo obtiene la función de transferencia del mezclador para obtención de crema solar del Laboratorio de Procesos Industriales de la Facultad de Ciencias de la ESPOCH. Como se verá a continuación, basándose en los datos obtenidos de pruebas de campo, el comportamiento dinámico del mezclador se aproxima al modelo matemático o función de transferencia FT de un sistema de primer orden, el cual no posee sobre-picos. Todo proceso se lo puede describir en términos de un sistema de primer o segundo orden, los cuales son dos modelos de funciones de transferencia preestablecidos, y a continuación reducir la brecha entre la FT calculada vs el modelo de la gráfica del comportamiento del proceso al modificar

de manera fina los coeficientes de la FT. Cuando la FT calculada y el modelo basado en datos, difieren con respecto a sobre-oscilación ( $M_p$ ), tiempo de establecimiento ( $t_s$ ), y error en régimen permanente ( $e_p$ ) es necesario reducir esta diferencia agregando un bloque en serie PID a la FT calculada.

Se han realizado cinco ensayos para describir la varianza del comportamiento de la variable de interés (temperatura) a través del tiempo. De estos ensayos, debido a que la tendencia o concentración de los datos se centra alrededor de la media, se define una tabla representativa de todos los datos con el criterio estadístico de la media aritmética. Graficando estos puntos y trazando líneas sobre ellos, se aprecia la curva de comportamiento de la temperatura en el tiempo. Esta curva cumple con la respuesta de un sistema de primer orden ante una entrada escalón unitario.

Con la información que facilita la gráfica se calcula la FT del equipo, para ello calculamos el parámetro  $Tao$  que representa la respuesta del sistema cuando alcanza un 63.2% del valor final que alcanza el proceso el mismo que coincide con el valor de  $K$ . Se reemplaza en el modelo de un sistema de primer orden el valor de  $K$  y  $Tao$ . Finalmente, a la función de transferencia calculada asignamos una entrada escalón unitario, la graficamos en Matlab y comparamos con la gráfica de la curva de respuesta del sistema de los datos del proceso en tiempo real para verificar el margen de error entre ellos. Debido a que los parámetros tomados de la gráfica del proceso han sido rigurosamente escogidos podemos apreciar que los modelos se aproximan de tal modo que el error o diferencia de graficas tiende a cero. Se puede concluir, que la función de transferencia calculada es la adecuada para representar el comportamiento dinámico del proceso. La relevancia de este algoritmo radica en que sirve para obtener funciones de transferencia de procesos o de plantas mediante los datos de sus respuestas ante una entrada de tipo escalón. Esto es aplicable para todo proceso industrial o planta de orden uno, que, en lo práctico, lo son en un 90%.

**Palabras clave:** /Función de Transferencia/ /Regulador/ /Proceso/ /Operación/  
/Comportamiento Dinámico/

### Introducción

Un proceso a nivel industrial se caracteriza y mejora en base a tres parámetros: sobre-oscilación ( $M_p$ ), tiempo de establecimiento ( $t_s$ ), y error en régimen permanente ( $e_p$ ). Cuando se desea modificar o mejorar un proceso lo que se hace es definir las condiciones de diseño que son los valores de los parámetros  $M_p$ ,  $T_s$  y  $e_p$  a los cuales se desea llevar el mismo. Lo que se hace es calcular un bloque adicional PID que conectándolo en serie antes de la planta lleve al sistema a las condiciones de diseño buscadas. Para el diseño (Brito, 2000) de este bloque PID existen métodos experimentales y métodos basados en diseño matemático. Se utilizan los métodos experimentales cuando se desconoce la función de transferencia de la planta, pero se conoce la gráfica de la respuesta en el tiempo o los datos representativos de la variable de interés, que en lo práctico sucede en la mayoría de plantas industriales. Uno de los métodos más populares es de Ziegler y Nichols el que se basa estudiando la curva de respuesta del proceso ante una entrada tipo

escalón. O lo que es lo mismo, la curva de respuesta de alguna variable del sistema, en nuestro caso la temperatura ante un valor de deseado Set point que gráficamente corresponde a una función escalón unitario de magnitud igual a Set point. Por ejemplo, si escalón unitario es  $u(t)=1$  y Set point=20 grados centígrados. La entrada matemática correspondería a  $20u(t)$ .

Ziegler y Nichols maneja una tabla para calcular los valores de los parámetros del PID manipulando con líneas tangentes a la gráfica de la respuesta en el tiempo de la variable de interés, en este caso temperatura (Brito & et al, Diseño y construcción de un reactor batch para la obtención por transesterificación de biodiesel a partir de aceite usado de cocina, 2008). Dependiendo de las líneas que asignemos manualmente a libre criterio del diseñador, con la consideración que a mayor pendiente se tendrá mejor PID reemplazando los parámetros de los puntos que cruce la línea tangente. Para cada línea tangente se obtendrá diferentes parámetros y con ayuda de la tabla diferentes reguladores PID. En Matlab podemos simular la respuesta del sistema ante cada PID calculado. Esto se hace cuantas veces sean necesarias hasta encontrar el PID que más se acerque a las condiciones de diseño planteadas. Es un método experimental basado en ensayo y error al cual recurren la mayoría de industrias por el desconocimiento de la función de transferencia de la planta.

Los métodos basados en diseño matemático permiten calcular de manera precisa el regulador o compensador PID que lleve al sistema a las condiciones de diseño deseadas (Brito, Texto Básico de Ingeniería de Plantas, 2000). No es necesario calcular varias veces experimentalmente los reguladores e irlos verificando continuamente en Matlab. Es suficiente y necesario con una sola vez pues se basa en la precisión de las matemáticas. Este método es exacto y fiable. Siempre y cuando se escojan adecuadamente los parámetros de la gráfica de respuesta. Además, una vez conseguida la función de transferencia del proceso reporta una gran flexibilidad al sistema pues para variar las condiciones de diseño, simplemente calculamos el regulador que lo satisfaga pues la función de transferencia FT es lineal, invariante en el tiempo e independiente de las entradas o salidas. La FT es una característica inherente del proceso siempre y cuando sean lineales e invariantes en el tiempo LTI. Los cual lo son un 90% de procesos y el 10% restante se los puede convertir a sistemas LTI mediante el criterio de linealización alrededor del punto en que se vaya a operar. Para el criterio del cálculo matemático del regulador uno de los más utilizados es el diseño del regulador PID (Fiallos & Zurita, 2016) basado en el Lugar Geométrico de las Raíces LGR.

Por ello el motivo del presente trabajo de investigación es encontrar la función de transferencia que se aproxime a los datos del comportamiento del proceso en la variable temperatura (salida) ante un set point o expresada en forma matemática como una entrada escalón. Utilizando los datos de la gráfica del proceso del comportamiento de la temperatura en el tiempo y siendo reemplazados en los modelos matemáticos preestablecidos de funciones de transferencia de primero o segundo orden, según sea el caso. Este análisis se puede aplicar cuando existen procesos en secuencia, en paralelo e

inclusive a plantas (Brito, Texto Básico de Ingeniería de Plantas, 2000).

### **Metodología**

Se aplica la metodología experimental de la cual la variable independiente son los datos que se obtiene del comportamiento de la temperatura del material a ser procesado dentro del evaporador a través del tiempo. La variable dependiente y motivo del presente estudio son las diferentes funciones de transferencias calculadas. Las cuáles serán validadas dependiendo del grado de aproximación con respecto a la curva del comportamiento dinámico del proceso. La correlación entre estas dos variables principales y el manejo de otras variables secundarias se detalla a continuación. Para calcular la función de transferencia de la planta (Brito, Texto Básico de Ingeniería de Plantas, 2000) primero debemos obtener datos con el proceso en operación de la variable de interés, en nuestro caso la temperatura del material dentro del evaporador en función del tiempo. Se han tomado datos de cinco ensayos debido a que la tendencia de estas cinco muestras es alrededor de los mismos puntos, o en otras palabras la varianza es cercana a cero. En el caso de que la información sea muy dispersa entre si se recomienda utilizar métodos estadísticos para conocer el número de muestras necesarias para que representen adecuadamente al total de datos población del proceso. Estas cinco tomas de valores equivalen, desde el punto de vista estadístico, la muestra que representa la población de todas las posibles respuestas de los ensayos que se pueden realizar debido a que, como se mencionó anteriormente, tienden hacia los mismos puntos o la varianza se acerca a cero. Este análisis sirve para determinar la tabla de datos representativos o más comunes del comportamiento dinámico de la temperatura (Brito, Texto Básico de Operaciones Unitarias I, 2000) a través del tiempo. Se observa que la tendencia de cada conjunto de cinco datos es alrededor de su media, por esta razón, se utiliza el criterio de la media aritmética para conseguir la tabla representativa final.

Se ubica en un plano a manera de puntos las coordenadas de los pares ordenados de la tabla final, de tiempo versus temperatura. Se une con líneas los puntos y se tiene una idea gráfica del comportamiento en el tiempo de la temperatura. Además, corresponde a un sistema con función de transferencia FT de primer orden. Para calcularla (Ogata, 2010), se obtiene los parámetros K y Tao de la gráfica. Se hace el análisis matemático pertinente y se adquiere la FT buscada al reemplazar los parámetros K y Tao en el modelo de un sistema de primer orden.

Se asigna una entrada de tipo escalón unitario a la FT calculada, se gráfica y compara con la gráfica del trazo de los puntos de la tabla representativa descrita en el párrafo anterior. Se verifica que todo el procedimiento anteriormente realizado ha sido el correcto y adecuado razón por la cual los modelos de comportamiento entre sí son equivalentes.

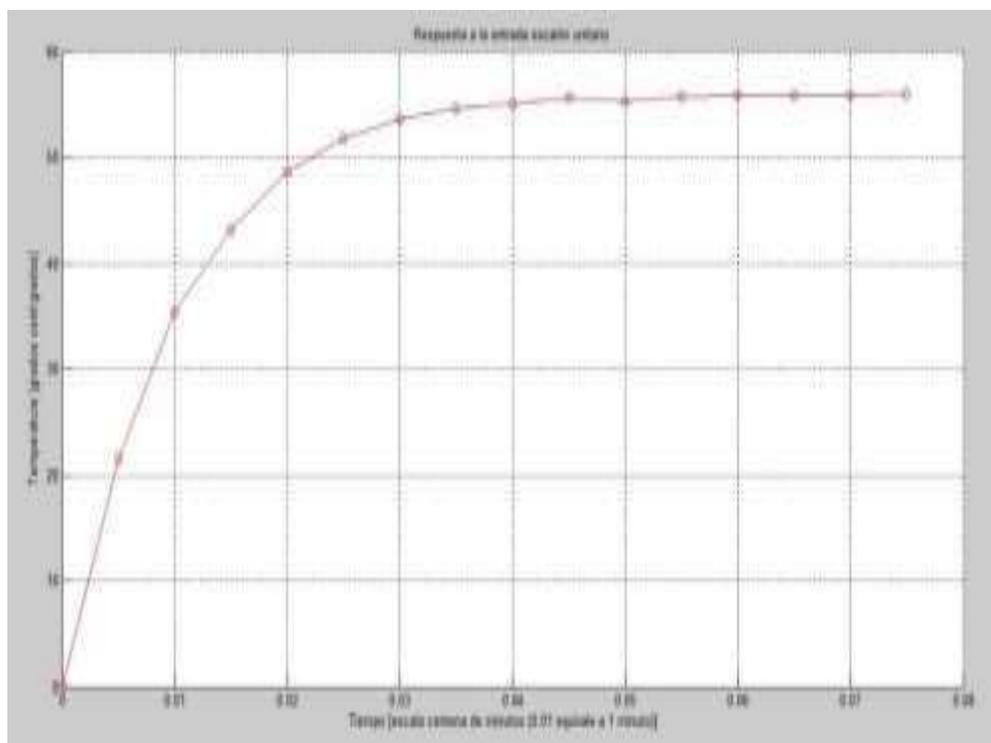
### **Resultados y Discusión**

Debido a que el comportamiento de la variable de interés la temperatura, de donde se tomaron los datos tiende o se concentran hacia un mismo valor se utilizó la media aritmética para obtener la tabla representativa, detallada en la Tabla 1:

Tabla 1. Representación de la toma de cinco ensayos del reactor.

t	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05	0,055	0,06	0,065	0,07	0,075
T (°C)	0	21,5	35,4	43,2	48,7	51,85	53,6	54,6	55,1	55,6	55,3	55,8	55,85	55,9	55,95	56

La ubicación de cada par ordenado de la tabla 1 y el trazo con líneas sobre estos puntos se visualiza en la gráfica 1. Con esto tenemos la idea de la gráfica que representa el comportamiento en el tiempo de la temperatura de los materiales que se encuentran dentro del evaporador.



Gráfica 1. Trazo de los puntos de los pares ordenados de la Tabla 1

La gráfica 1 corresponde a un sistema de primer orden. De la forma descrita en la Ec. 1. Se procede a calcular la función de transferencia FT de la Ec. 1 con los datos de la gráfica 1.

$$G(s) = \frac{\tau_o}{s} = \frac{K}{s} \quad Ec. 1$$

$$\tau_i \quad Ts + 1$$

Donde,

$G(s)$  = Planta

$t_i$  = Temperatura de Ingreso (T in), Valor Deseado

$t_o$  = Temperatura de Salida (T out), Valor Obtenido

$K$  = Valor final de  $\tau_o(t)$ , valor al que llega nuestra variable en el proceso

$Sp$  = Set Point, consigna o valor que se desea llegar el proceso o también  $t_i$

Los datos que reporta el proceso tanto de entrada y salida son:

$$t_i(t) = 60^\circ\text{C} \quad ; \quad t_i(s) = \frac{60^\circ\text{C}}{s} = \frac{Sp}{s}$$

$$t_o(t) = 56^\circ\text{C} \quad ; \quad t_o(s) = \frac{56^\circ\text{C}}{s}$$

$$G(s) = \frac{t_o}{t_i}(s) = \frac{1}{\tau} x \frac{K}{(s + \frac{1}{\tau})}$$

$$t_o(s) = \frac{1}{\tau} x \frac{K}{(s + \frac{1}{\tau})} \frac{Sp}{s}$$

Separando las constantes de la función de transferencia para calcular su inversa:

$$t_o(s) = \frac{Sp \cdot K}{\tau} x \frac{1}{(s + \frac{1}{\tau})}$$

$$\frac{s(s + \frac{1}{\tau})}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{1}{\tau}}$$

Luego:  $A = \tau$  ;  $B = -\tau$

Se expande en fracciones parciales y se tiene

$$t_o(s) = \frac{Sp. K}{\tau} \left[ \frac{\tau}{s} - \frac{\tau}{s + \frac{1}{\tau}} \right]$$

Aplicando la Transformada de Laplace:

$$L^{-1} \left\{ t_o(s) = Sp. K \left[ \frac{\tau}{s} - \frac{\tau}{s + \frac{1}{\tau}} \right] \right\}$$

$$t_o(t) = Sp. K \left[ L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} - L^{-1} \left\{ \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} \right\} \right]$$

$$t_o(t) = Sp. K(1 - e^{-t/\tau}) \text{ Ec. 2 Realizando}$$

el análisis para  $\tau = 1$ , donde  $t_o(t) = 63,2\%$  alcanza  $K$ :

$$t_o(t) = 63,2\% \text{ de } K = 56 \text{ se tiene que } t_o(t) = 35.40$$

Reemplazando en Ec. 2 se tiene,

$$35.40 = 60(56)(1 - e^{-t})$$

$$-t = -\ln \left( 1 - \frac{35,4}{3360} \right)$$

$t = 0.01051 \text{ segundos} = \tau$  (valor de Tao respecto al tiempo) La

función de transferencia de la planta es:

$$G_p(s) = \frac{56}{0.01s + 1}$$

En la gráfica 2 se observa el código en MATLAB para el ingreso de los parámetros de las dos gráficas para posteriormente ser comparadas. Se observa que la tabla del comportamiento en el tiempo de los datos de temperatura, se detallan en dos vectores tanto t y Temp. Además, en la parte inferior de detalla la función de transferencia calculada con nombre G que representa Gp(s).

```

1 %%Paper
2
3 % Datos obtenidos del proceso tiempo t vs Temperatura Temp
4 t=[0 0.005 0.01 0.015 0.02 0.025 0.03 0.035 0.04 0.045 0.05 0.055 0.06 0.065 0.07 0.075];
5 Temp=[0 21.5 35.4 43.2 48.7 51.85 53.6 54.6 55.1 55.6 55.3 55.8 55.85 55.9 55.9 56];
6
7 G=tf([56],[0.01 1]) %función de transfe modelada
8 hold on
9 step(G) %Gráfico de respuesta al escalón unitario
10 plot(t,Temp,'o-r') %Gráfico de los datos obtenidos del proceso
11 xlabel('Tiempo (escala centena de minutos (0.01 equivale a 1 minuto))')
12 ylabel('Temperatura (grados centigrados)')
13 title('Respuesta a la entrada escalón unitario')
14 grid on
    
```

Gráfica 2. Código realizado en MATLAB para el análisis del modelo calculado con los datos del ensayo  
Tabla 1

En la gráfica 3 se visualiza la respuesta temporal de la temperatura del Gp(s) calculado:

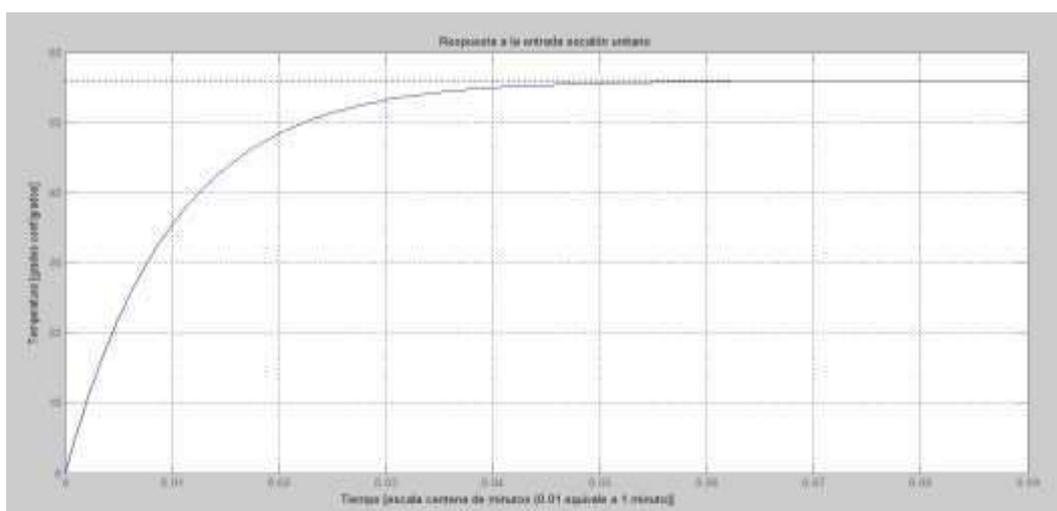


Gráfico 3. Respuesta del modelo calculado ante la entrada escalón

En la gráfica 4 se comparan ambas respuestas, la obtenida de los datos del proceso en operación versus la Gp(s) calculada ante una entrada escalón.

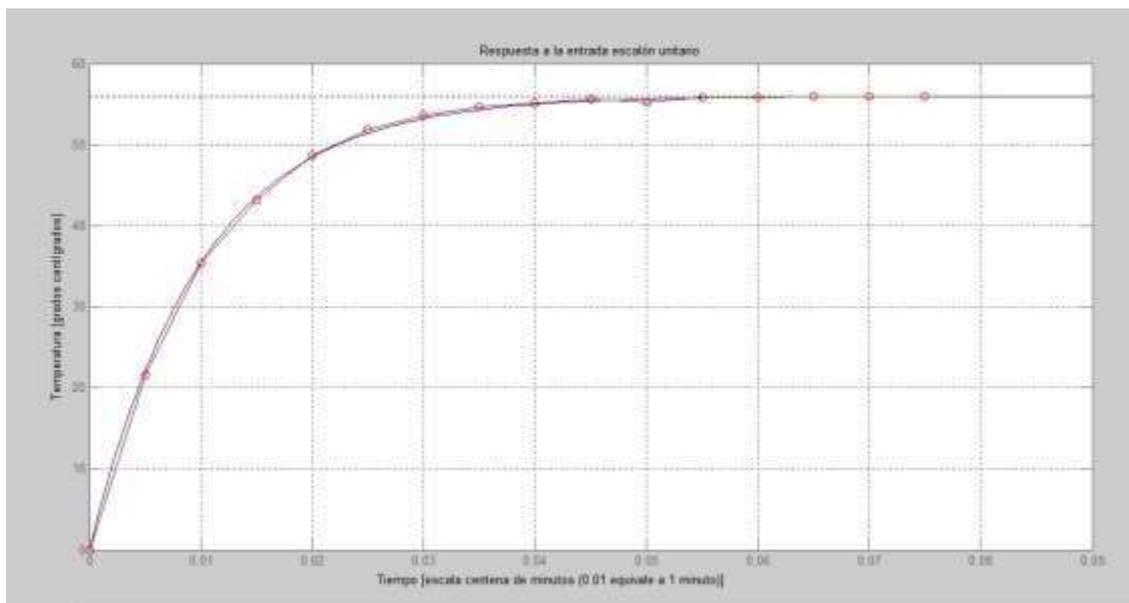


Grafico 4. Comparación respuesta modelo calculado vs datos del proceso Tabla 1

aprecia que los datos tomados del proceso, de color rojo y acentuados con círculos sobre los puntos que reflejan los pares ordenados de la tabla 1 se aproximan de tal manera que el error es prácticamente cero respecto a la gráfica de azul que representa la respuesta ante una entrada escalón de la función de transferencia calculada  $G_p(s)$ . Con ello se determina que la función de transferencia que representa al equipo es la adecuada.

### Conclusiones

- Se obtuvo el modelo matemático adecuado o función de transferencia del mezclador para la obtención de crema solar basado en datos de operación del equipo que permita llevarlo a puntos específicos de funcionamiento. Lo cual se verificó al final del presente trabajo comparando las gráficas de las respuestas del modelo calculado versus los datos obtenidos en ensayos de campo teniendo como resultado un margen de error de aproximadamente 0%.
- Con la función de transferencia obtenida del equipo mezclador, la cual era la principal problemática de este estudio, se puede calcular matemáticamente el regulador PID que permita controlar o llevar a un punto de operación de manera precisa a la planta evitándose el manejo de análisis basados en pruebas de ensayo y error.
- Se reduce el margen de error en encontrar el regulador PID adecuado que cumpla con las condiciones de diseño basadas en los parámetros  $M_p$ ,  $t_s$  y  $e_p$ . Además, reduce el tiempo de diseño, costos que ello implica para una industria, costos de hardware y software para las diferentes pruebas, entre otros, lo cual es recurrente en los criterios basados en ensayos como el antes mencionado Ziegler y Nichols donde se desconoce la función de transferencia.

### Referencias Bibliográficas

Alam , R., & et al. (2014). *Technology-Enhanced Laboratory Experiments in Learning and Teaching, Using Technology Tools to Innovate Assessment.*

- Brito, H. (2000). *Texto Básico de Ingeniería de Plantas*. Riobamba.
- Brito, H. (2000). *Texto Básico de Operaciones Unitarias I*. Riobamba, Chimborazo, Ecuador: Docucentro ESPOCH.
- Brito, H. (2001). *Texto Básico de Operaciones Unitarias II*. Riobamba: Docucentro ESPOCH.
- Brito, H. (2001). *Texto Básico de Operaciones Unitarias III*. Riobamba, Chimborazo, Ecuador: SE.
- Brito, H., & et al. (2008). *Diseño y construcción de un reactor batch para la obtención por transesterificación de biodiesel a partir de aceite usado de cocina*. Riobamba.
- Charre, J., Martínez, S., & Campos. (2009). Sistema de Control de Nivel de Líquido. *Congreso Interamericano de Computación Aplicada a la Industria de Procesos*. Montevideo.
- Charre, S., & et al. (2014). Sistema Didáctico de Control de Presión. *Formación Universitaria*.
- Creus, A. (1999). *Instrumentación industrial*. Bogotá: Alfaomega.
- Fiallos, L., & Zurita, E. (2016). *Diseño e Implementación de un Sistema Automatizado con Monitoreo Vía Web para una Marmita para la Elaboración de Queso y un Mezclador para la Obtención de Crema Solar*. Riobamba.
- Fredes, C., Hernández, A., & Díaz, A. (2012). Potencial y Problemas de la Simulación en Ambientes Virtuales. *Formación Universitaria*.
- Invensys Systems Inc. (2007). *HMI Concepts and Capabilities Guide*.
- Kobold. (s.f.). *Series DRS turbine flow sensor data sheet manual*.
- Kuo, B. (2003). *Sistemas de control automático*. México: Prentice Hall.
- Márquez, D., & Cárdenas, O. (2008). Implementación de un Laboratorio Virtual para la enseñanza de Controladores. *Información Tecnológica*.
- Martínez, V. (2009). *Potencia hidráulica controlada*. México: Alfaomega.
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna*. Madrid: Pearson Educación S.A.
- Sánchez, A. (2003). *Control avanzado de procesos*. Madrid: Edigrafos.
- Vergara, J., Molina, R., & Machado, C. (2011). Prototipo para control automático de nivel y caudal de. *Ingenius*.

**PARA CITAR EL ARTÍCULO INDEXADO.**

Jácome, M., Santiana Espín, C., Guamán Lozada, D., López Montero, M. J., & Coba Carrera, R. (2019). Obtención del modelo matemático adecuado o función de transferencia del mezclador para la laboración de crema solar basado en datos de operación del equipo que permita llevarlo a puntos específicos de funcionamiento. *Ciencia Digital*, 3(2.4), 61-72. <https://doi.org/10.33262/cienciadigital.v3i2.4.508>



El artículo que se publica es de exclusiva responsabilidad de los autores y no necesariamente reflejan el pensamiento de la **Revista Ciencia Digital**.

El artículo queda en propiedad de la revista y, por tanto, su publicación parcial y/o total en otro medio tiene que ser autorizado por el director de la **Revista Ciencia Digital**.

